Total No. of Printed Pages—8

3 SEM FYUGP STSC3A

2025

(Nov/Dec)

STATISTICS

(Core)

Paper : STSC3A

(Sampling Distribution)

Full Marks : 50

Time : 2 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions

1. তলৰ বিকল্পসমূহৰ পৰা শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা : 1×5=5

Choose the correct answer from the following alternatives :

(a) যদি X হৈছে মাধ্য μ আৰু প্ৰসৰণ σ^2 সৈতে এটা অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলক, তেন্তে যি কোনো ধনাত্মক সংখ্যা kৰ বাবে $P\{|X-\mu| \geq k\sigma\} \leq \frac{1}{k^2}$ক জনা যাব

If X is a continuous random variable with mean μ and variance σ^2, then for any positive number k

$$P\{|X-\mu| \geq k\sigma\} \leq \frac{1}{k^2}$$

is known as

(i) লিয়াপুনভৰ অসমতা

Lyapunov's inequality

(ii) চেবিচেভৰ অসমতা

Chebychev's inequality

(iii) বাইনেম-চেবিচেভৰ অসমতা

Bienayme-Chebychev inequality

(iv) খিণ্টচিনৰ অসমতা

Khintchine's inequality

(b) পৰীক্ষাৰ অধীনত অনুমানটো হ'ল

The hypothesis under test is

(i) সৰল অনুমান

simple hypothesis

(ii) বিকল্প অনুমান

alternative hypothesis

(iii) ৰিক্ত অনুমান

null hypothesis

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

(c) সাৰ্থকতাৰ স্তৰ হ'ল সম্ভাৱিতাৰ

Level of significance is the probability of

(i) প্ৰথম প্ৰকাৰ ক্ৰুটি

type I error

(ii) দ্বিতীয় প্ৰকাৰ ক্ৰুটি

type II error

(iii) ক্ৰুটি কৰা নাই

not committing error

(iv) ওপৰৰ যি কোনো এটা

Any of the above

(d) n স্বতন্ত্ৰ মাত্ৰাৰ বাবে কাই-বণ্টনৰ মাধ্য হ'ল

The mean of a chi-square distribution with n d.f. is

(i) 2^n

(ii) n^2

(iii) $\sqrt{n}$

(iv) n

(e) 'নমুনাৰ পাৰ্থক্য' আৰু 'নমুনাৰ পাৰ্থক্যৰ ভিতৰ' মাজৰ অনুপাত হ'ল

The ratio of between sample variance and within sample variance follows

(i) F-বণ্টন

F-distribution

(ii) χ^2-বণ্টন

χ^2-distribution

(iii) z-বণ্টন

z-distribution

(iv) t-বণ্টন

t-distribution

2. তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ সংক্ষিপ্ত উত্তৰ দিয়া : 2×5=10

Answer the following questions in brief :

(a) ডি মইভ্ৰে-লাপ্লাছৰ কেন্দ্ৰীয় সীমা উপপাদ্যৰ বিবৃতিটো লিখা।

Write the statement of De Moivre-Laplace central limit theorem.

(b) প্ৰাচল আৰু প্ৰতিদৰ্শজৰ মাজৰ পাৰ্থক্য লিখা।

Distinguish between parameter and statistic.

(c) উদাহৰণৰ সৈতে প্ৰথম প্ৰকাৰ আৰু দ্বিতীয় প্ৰকাৰ ক্ৰটিৰ সংজ্ঞা দিয়া।

Define type I and type II errors with examples.

(d) χ^2-প্ৰাচলৰ যোগাত্মক ধৰ্মটো উল্লেখ কৰা।

State additive property of χ^2-variate.

(e) ষ্টুডেন্টৰ t-পৰীক্ষাৰ অভিধাৰণাটো উল্লেখ কৰা।

State the assumption of Student's t-test.

3. (a) (i) সম্ভাৱিতাত অভিসৰণ আৰু গড় বৰ্গত অভিসৰণৰ ধাৰণাটো ব্যাখ্যা কৰা। লগতে সিহঁতৰ মাজত থকা আন্তঃসম্পৰ্কসমূহ লিখা। 2+2+1=5

Explain the concept of convergence in probability and convergence in mean square. Also write the interrelations between them.

(ii) এটা মুদ্ৰাক 200 বাৰ উৎক্ষেপ কৰা হ'ল, মুণ্ডৰ সংখ্যা 80ৰ পৰা 120ৰ ভিতৰত হোৱাৰ আনুমানিক সম্ভাৱিতা উলিওৱা। 4

A coin is tossed 200 times. Find the approximate probability that the number of heads obtained is between 80 and 120.

অথবা / Or

(b) (i) বৃহৎ সংখ্যাৰ দুৰ্বল নীতি আৰু বৃহৎ সংখ্যাৰ শক্তিশালী নীতিৰ মাজত পাৰ্থক্য লিখা। ধৰা হ'ল $X_1, X_2, \cdots, X_n$ স্বতন্ত্ৰ আৰু একেধৰণে বিতৰিত চলক আৰু মাধ্য μ আৰু প্ৰসৰণ σ^2 যেতিয়া $n \to \infty$

$$(X_1^2 + X_2^2 + \cdots + X_n^2)/n \xrightarrow{p} c$$

কিছুমান ধ্ৰুৱক c; $(0 \le c \le \infty)$. cৰ মান নিৰ্ণয় কৰা। 2+3=5

Distinguish between weak law of large numbers and strong law of large numbers. Let $X_1, X_2, \cdots, X_n$ be i.i.d variables with mean μ and variance σ^2 and as $n \to \infty$

$$(X_1^2 + X_2^2 + \cdots + X_n^2)/n \xrightarrow{p} c$$

for some constant c; $(0 \le c \le \infty)$. Find c.

(ii) এটা ক্ৰম প্ৰতিদৰ্শজৰ সম্ভাৱিতা ঘনত্ব ফলন নিৰ্ণয় কৰা। 4

Obtain the p.d.f. of a single-order statistics.

4. (a) প্ৰতিদৰ্শজৰ প্ৰতিচয়ন বণ্টন বুলিলে কি বুজা? প্ৰসামান্য সমষ্টিৰ পৰা লোৱা প্ৰতিদৰ্শৰ বণ্টনৰ মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ নিৰ্ণয় কৰা। 3+5=8

What do you understand by sampling distribution of statistic? Obtain the sampling distribution of mean and variance for a normal population.

অথবা / Or

(b) উদাহৰণৰ সৈতে ৰিক্ত আৰু বিকল্প প্ৰকল্পৰ সংজ্ঞা দিয়া। দুটা বৃহৎ প্ৰতিদৰ্শৰ মাধ্যৰ সাৰ্থকতা পৰীক্ষা কেনেকৈ কৰিবা? 4+4=8

Define null and alternative hypothesis with examples. How do you test the significance of difference of two means in large samples?

5. (a) χ^2-প্ৰতিদৰ্শজৰ সংজ্ঞা দিয়া। χ^2-বণ্টনৰ বাবে ঘূৰ্ণকজনক ফলন নিৰ্ণয় কৰা আৰু ইয়াৰ সহায়ত মাধ্য আৰু প্ৰসাৰণ নিৰ্ণয় কৰা। 2+4+3=9

Define χ^2-statistic. Find the m.g.f. of χ^2-distribution and hence find its mean and variance.

অথবা / Or

(b) যদি X_1 আৰু X_2 দুটা স্বতন্ত্ৰ χ^2-চলক ক্ৰমে n_1 আৰু n_2 d.f. হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে

$$\frac{X_1}{X_2} \sim \beta_2\left(\frac{n_1}{2}, \frac{n_2}{2}\right)$$

চলক। χ^2 ৰ আসঞ্জনৰ শ্ৰেষ্ঠতা পৰীক্ষাটো আলোচনা কৰা। 5+4=9

If X_1 and X_2 are two independent χ^2-variates with n_1 and n_2 d.f. respectively, then prove that

$$\frac{X_1}{X_2} \sim \beta_2\left(\frac{n_1}{2}, \frac{n_2}{2}\right)$$

variate. Discuss the χ^2 test of goodness of fit.

6. (a) ষ্টুডেণ্ট t-প্ৰতিদৰ্শজৰ সংজ্ঞা দিয়া। t-বণ্টনৰ মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ নিৰ্ণয় কৰা। দুটা প্ৰতিদৰ্শৰ মাধ্যৰ অন্তৰৰ সাৰ্থকতাৰ বাবে t-পৰীক্ষাৰ বিষয়ে ব্যাখ্যা কৰা। 1+4+4=9

Define Student t-statistic. Obtain mean and variance of t-distribution. Explain the t-test for testing the significance of the difference between two sample means.

অথবা / Or

(b) F-প্ৰতিদৰ্শজৰ সংজ্ঞা দিয়া। (n_1, n_2) d.f.ৰ সৈতে F-বণ্টনৰ বহুলক নিৰ্ণয় কৰা। t- আৰু F-বণ্টনৰ মাজৰ সম্পৰ্ক স্থাপন কৰা। 2+3+4=9

Define F-statistic. Obtain the mode of F-distribution with (n_1, n_2) d.f. Establish the relationship between t- and F-distribution.

★★★