

Total No. of Printed Pages—8

3 SEM FYUGP STSC3B

2025

(Nov/Dec)

STATISTICS

(Core)

Paper : STSC3B

(**Mathematics for Statistics**)

Full Marks : 50

Time : 2 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

1. তলত দিয়া বিকল্পসমূহৰ পৰা শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা :

1×5=5

Choose the correct answer from the following
alternatives :

(a) $\{s_n\} = \frac{1}{n}$ ক্ৰমটোৰ

The sequence $\{s_n\} = \frac{1}{n}$ has

(i) কেৱল ১টা সীমা বিন্দু
only 1 limit point

(ii) কোনো সীমা বিন্দু নাই
no limit point

(2)

- (iii) এটাতকৈ অধিক সীমা বিন্দু
more than one limit point
- (iv) ওপৰৰ এটাও নহয়
None of the above
- (b) যদি $s_{n+1} \geq s_n$ হয়, তেন্তে $\{s_n\}$ ক্ৰমটো হ'ব
If $s_{n+1} \geq s_n$, then the sequence $\{s_n\}$ is
- (i) একমুখীভাৱে বৃদ্ধি পাইছে
monotonically increasing
- (ii) কঠোৰভাৱে বৃদ্ধি পাইছে
strictly increasing
- (iii) একমুখীভাৱে হ্রাস পাইছে
monotonically decreasing
- (iv) দোলনশীল
oscillatory
- (c) ধনাত্মক পদৰ $\sum u_n$ শ্ৰেণীটো অভিসাৰী হ'ব যদি
The series $\sum u_n$ of positive terms is convergent if
- (i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$
- (ii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$
- (iii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{1}{2}$
- (iv) ওপৰৰ এটাও নহয়
None of the above

26P/413

(Continued)

(3)

- (d) একে ক্ৰমৰ দুটা তিৰ্যকতা সমমিতি মৌলকক্ষৰ যোগফল
সদায় এটা
Sum of two skew-symmetric matrices of same order is always a/an
- (i) তিৰ্যক সমমিতি মৌলকক্ষ
skew-symmetric matrix
- (ii) সমমিতি মৌলকক্ষ
symmetric matrix
- (iii) শূন্য মৌলকক্ষ
null matrix
- (iv) অভেদ/একক মৌলকক্ষ
identity matrix
- (e) ৰেংক (AA') সমান হ'ব
Rank (AA') is equal to
- (i) ৰেংক A ৰ সৈতে
rank A
- (ii) ৰেংক A' ৰ সৈতে
rank A'
- (iii) ১ৰ সৈতে
1
- (iv) ওপৰৰ এটাও নহয়
None of the above

26P/413

(Turn Over)

(4)

2. তলৰ প্রশ্নসমূহৰ সংক্ষিপ্ত উত্তৰ দিয়া : $2 \times 5 = 10$

Answer the following questions in brief :

- (a) অসীম আৰু সৰ্বোচ্চ সংহতিৰ সংজ্ঞা দিয়া।
Define supremum and infimum of a set.

- (b) ৰাবেৰ পৰীক্ষাৰ সংজ্ঞা দিয়া।
Define Raabe's test.

- (c) এটা সমমিতি মৌলকক্ষৰ বৈশিষ্ট্যসমূহ লিখা।
Write the properties of a symmetric matrix.

- (d) ভেক্টৰ স্থানৰ আধাৰৰ সংজ্ঞা দিয়া।
Define basis of a vector space.

- (e) এটা মৌলকক্ষৰ শাৰীৰ আৰু স্তম্ভ বেংকৰ সংজ্ঞা দিয়া।
Define row rank and column rank of a matrix respectively.

3. (a) এটা ক্ৰমৰ সীমা বিন্দুৰ সংজ্ঞা দিয়া। দেখুওৱা যে প্রতিটো অভিসৰণৰ ক্ৰম সীমাৰদ্ধ। দেখুওৱা যে

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left[\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right] = 0 \quad 2+5+4=11$$

Define limit point of a sequence. Show that every convergent sequence is bounded. Show that

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left[\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right] = 0$$

(5)

অথবা / Or

- (b) অনাবৃত আৰু বন্ধ সংহতিৰ সংজ্ঞা দিয়া। কচীৰ অভিসৰণৰ সাধাৰণ নীতিটো উল্লেখ কৰা। একমুখী ক্ৰমৰ সংজ্ঞা দিয়া। দেখুওৱা যে

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}} \right] = 1$$

4+1+1+5=11

Define open and closed sets. State the Cauchy's general principle of convergence. Define monotonic sequence. Show that

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}} \right] = 1$$

4. (a) ধনাত্মক শৃংখল $\sum u_n$ আৰু $\sum v_n$ ৰ বাবে এটা তুলনামূলক পৰীক্ষা দিয়া। তলৰ শৃংখলাটোৰ অভিসৰণ পৰীক্ষা কৰা :

$$\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{3}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{5}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{7}{4 \cdot 5 \cdot 6} + \dots$$

3+4=7

Give a comparison test for positive term series $\sum u_n$ and $\sum v_n$. Test the convergence of the series :

$$\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{3}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{5}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{7}{4 \cdot 5 \cdot 6} + \dots$$

(6)

অথবা / Or

- (b) পৰিৱৰ্তনশীল শ্ৰেণীৰ অভিসৰণৰ বাবে লেইবনিজৰ পৰীক্ষাটো উল্লেখ কৰা। যদি $x \rightarrow 0$ হোৱাৰ প্ৰৱণতা থকা $\frac{\sin 2x - a \sin x}{x^3}$ ৰ সীমা সসীম হয়, তেন্তে a ৰ মান

আৰু সীমা নিৰ্ণয় কৰা।

2+5=7

State the Leibniz's test for the convergence of alternating series. If the limit of $\frac{\sin 2x - a \sin x}{x^3}$ as $x \rightarrow 0$, is finite,

find the value of a and the limit.

5. (a) নিৰ্ণায়কৰ বৈশিষ্ট্যসমূহ উল্লেখ কৰা। আইডেমপ'টেন্ট মৌলকক্ষৰ সংজ্ঞা দিয়া। দেখুওৱা যে মৌলকক্ষ

$$A = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \text{টো লম্ব হ'ব।} \quad 2+1+4=7$$

State the properties of determinant. Define idempotent matrix. Show that the

matrix $A = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ is orthogonal.

অথবা / Or

- (b) একক আৰু অ-একক মৌলকক্ষৰ সংজ্ঞা দিয়া। দেখুওৱা যে

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -8 & 0 \\ 3 & 5 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \text{অনৈচ্ছিক।}$$

3+4=7

(7)

Define singular and non-singular matrices. Show that $A = \begin{bmatrix} -5 & -8 & 0 \\ 3 & 5 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ is

involuntary.

6. তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ যি কোনো দুটাৰ উত্তৰ দিয়া : $5 \times 2 = 10$
Answer any two of the following questions :

- (a) প্ৰমাণ কৰা যে, যদি দুটা ভেক্টৰ বৈখিকভাৱে নিৰ্ভৰশীল হয়, তেন্তে এটা আনটোৰ স্কেলাৰ গুণিতক হ'ব।
Prove that if two vectors are linearly dependent, then one of them is a scalar multiple of the other.

- (b) দেখুওৱা যে বেংক $(AA') = \text{বেংক}(A)$.
Show that $\text{rank}(AA') = \text{rank}(A)$.

- (c) তলৰ মৌলকক্ষটোৰ নিহিত মূল আৰু নিহিত ভেক্টৰসমূহ নিৰ্ণয় কৰা : $2+3=5$

Find the eigenvalue and eigenvector of the following matrix :

$$A = \begin{bmatrix} a & h & g \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$$

(8)

(d) এটা মৌলিকৰূপৰ দ্বিঘাত ৰূপসমূহৰ সংজ্ঞা দিয়া। দ্বিঘাত ৰূপৰ মান শ্ৰেণীসমূহ লিখা। 2+3=5

Define quadratic forms of a matrix. Write the value classes of quadratic forms.
