

Total No. of Printed Pages—8

**3 SEM FYUGP STSC3A**

**2025**

( Nov/Dec )

**STATISTICS**

( Core )

Paper : STSC3A

**( Sampling Distribution )**

Full Marks : 50

Time : 2 hours

*The figures in the margin indicate full marks  
for the questions*

1. তলৰ বিকল্পসমূহৰ পৰা শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা :  $1 \times 5 = 5$

Choose the correct answer from the following alternatives :

- (a) যদি  $X$  হৈছে মাধ্য  $\mu$  আৰু প্ৰসৰণ  $\sigma^2$  সৈতে এটা  
অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলক, তেন্তে যি কোনো ধনাত্মক সংখ্যা  
 $k$  ৰ বাবে  $P\{|X - \mu| \geq k\sigma\} \leq \frac{1}{k^2}$  ক জনা যাব

( 2 )

If  $X$  is a continuous random variable with mean  $\mu$  and variance  $\sigma^2$ , then for any positive number  $k$

$$P\{|X - \mu| \geq k\sigma\} \leq \frac{1}{k^2}$$

is known as

- (i) লিয়াপুনভৰ অসমতা  
Lyapunov's inequality
- (ii) চেবিচেভৰ অসমতা  
Chebychev's inequality
- (iii) বাইনেম-চেবিচেভৰ অসমতা  
Bienayme-Chebychev inequality
- (iv) খিণ্টচিনৰ অসমতা  
Khintchine's inequality

(b) পৰীক্ষাৰ অধীনত অনুমানটো হ'ল  
The hypothesis under test is

- (i) সৰল অনুমান  
simple hypothesis
- (ii) বিকল্প অনুমান  
alternative hypothesis
- (iii) বিস্তৃত অনুমান  
null hypothesis
- (iv) ওপৰৰ এটাও নহয়  
None of the above

( 3 )

(c) সাৰ্থকতাৰ স্তৰ হ'ল সম্ভাৰিতাৰ  
Level of significance is the probability of

- (i) প্রথম প্রকাৰ ক্রটি  
type I error
- (ii) দ্বিতীয় প্রকাৰ ক্রটি  
type II error
- (iii) ক্রটি কৰা নাই  
not committing error
- (iv) ওপৰৰ যি কোনো এটা  
Any of the above

(d)  $n$  স্বতন্ত্র মাত্ৰাৰ বাবে কাই-বৰ্ণটনৰ মাধ্যম হ'ল  
The mean of a chi-square distribution with  $n$  d.f. is

- (i)  $2^n$
- (ii)  $n^2$
- (iii)  $\sqrt{n}$
- (iv)  $n$

( 4 )

- (e) 'নমুনাৰ পাৰ্থক্য' আৰু 'নমুনাৰ পাৰ্থক্যৰ ভিতৰ' মাজৰ অনুপাত হ'ল

The ratio of between sample variance and within sample variance follows

(i) F-বন্টন

F-distribution

(ii)  $\chi^2$ -বন্টন

$\chi^2$ -distribution

(iii) z-বন্টন

z-distribution

(iv) t-বন্টন

t-distribution

2. তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ সংক্ষিপ্ত উত্তৰ দিয়া : 2×5=10

Answer the following questions in brief :

- (a) ডি মইল্ৰে-লাপ্লাছৰ কেন্দ্ৰীয় সীমা উপপাদ্যৰ বিবৃতিটো লিখা।

Write the statement of De Moivre-Laplace central limit theorem.

- (b) প্ৰাচল আৰু প্ৰতিদৰ্শকৰ মাজৰ পাৰ্থক্য লিখা।

Distinguish between parameter and statistic.

- (c) উদাহৰণৰ সৈতে প্ৰথম প্ৰকাৰ আৰু দ্বিতীয় প্ৰকাৰ ত্ৰুটিৰ সংজ্ঞা দিয়া।

Define type I and type II errors with examples.

( 5 )

- (d)  $\chi^2$ -প্ৰাচলৰ যোগাত্মক ধৰ্মটো উল্লেখ কৰা।

State additive property of  $\chi^2$ -variate.

- (e) ষ্টুডেণ্টৰ t-পৰীক্ষাৰ অভিধাৰণটো উল্লেখ কৰা।

State the assumption of Student's t-test.

3. (a) (i) সম্ভাৰিতাত অভিসৰণ আৰু গড় বৰ্গত অভিসৰণৰ ধাৰণাটো ব্যাখ্যা কৰা। লগতে সিহঁতৰ মাজত থকা আন্তঃসম্পৰ্কসমূহ লিখা। 2+2+1=5

Explain the concept of convergence in probability and convergence in mean square. Also write the interrelations between them.

- (ii) এটা মুদ্ৰাক 200 বাৰ উৎক্ষেপ কৰা হ'ল, মুণ্ডৰ সংখ্যা 80 ৰ পৰা 120 ৰ ভিতৰত হোৱাৰ আনুমানিক সম্ভাৰিতা উলিওৱা। 4

A coin is tossed 200 times. Find the approximate probability that the number of heads obtained is between 80 and 120.

অথবা / Or

- (b) (i) বৃহৎ সংখ্যাৰ দুৰ্বল নীতি আৰু বৃহৎ সংখ্যাৰ শক্তিশালী নীতিৰ মাজত পাৰ্থক্য লিখা। ধৰা হ'ল  $X_1, X_2, \dots, X_n$  স্বতন্ত্ৰ আৰু একেধৰণে বিতৰিত চলক আৰু মাধ্য  $\mu$  আৰু প্ৰসৰণ  $\sigma^2$  যেতিয়া  $n \rightarrow \infty$

$$(X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2) / n \rightarrow c$$

কিছুমান ধ্ৰুৱক  $c$ ; ( $0 \leq c < \infty$ ).  $c$  ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

2+3=5

( 6 )

Distinguish between weak law of large numbers and strong law of large numbers. Let  $X_1, X_2, \dots, X_n$  be i.i.d variables with mean  $\mu$  and variance  $\sigma^2$  and as  $n \rightarrow \infty$

$$(X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2) / n \rightarrow c$$

for some constant  $c$ ; ( $0 \leq c \leq \infty$ ). Find  $c$ .

(ii) এটা ক্রম প্রতিদৰ্শৰ সম্ভাৰিতা ঘনত্ব ফলন নিৰ্ণয় কৰা। 4  
Obtain the p.d.f. of a single-order statistics.

4. (a) প্রতিদৰ্শৰ প্রতিচয়ন বৰ্টন বুলিলে কি বুজা? প্রসামান্য সমষ্টিৰ পৰা লোৱা প্রতিদৰ্শৰ বৰ্টনৰ মাধ্য আৰু প্রসৰণ নিৰ্ণয় কৰা। 3+5=8

What do you understand by sampling distribution of statistic? Obtain the sampling distribution of mean and variance for a normal population.

অথবা / Or

(b) উদাহৰণৰ সৈতে বিস্তৃত আৰু বিকল্প প্রকল্পৰ সংজ্ঞা দিয়া। দুটা বৃহৎ প্রতিদৰ্শৰ মাধ্যৰ সাৰ্থকতা পৰীক্ষা কেনেকৈ কৰিবা? 4+4=8

Define null and alternative hypothesis with examples. How do you test the significance of difference of two means in large samples?

( 7 )

5. (a)  $\chi^2$ -প্রতিদৰ্শৰ সংজ্ঞা দিয়া।  $\chi^2$ -বৰ্টনৰ বাবে ঘূৰ্ণকজনক ফলন নিৰ্ণয় কৰা আৰু ইয়াৰ সহায়ত মাধ্য আৰু প্রসৰণ নিৰ্ণয় কৰা। 2+4+3=9

Define  $\chi^2$ -statistic. Find the m.g.f. of  $\chi^2$ -distribution and hence find its mean and variance.

অথবা / Or

(b) যদি  $X_1$  আৰু  $X_2$  দুটা স্বতন্ত্ৰ  $\chi^2$ -চলক ক্ৰমে  $n_1$  আৰু  $n_2$  d.f. হয়, তেন্তে প্রমাণ কৰা যে

$$\frac{X_1}{X_2} \sim \beta_2 \left( \frac{n_1}{2}, \frac{n_2}{2} \right)$$

চলক।  $\chi^2$  ৰ আসঞ্জনৰ শ্ৰেষ্ঠতা পৰীক্ষাটো আলোচনা কৰা। 5+4=9

If  $X_1$  and  $X_2$  are two independent  $\chi^2$ -variates with  $n_1$  and  $n_2$  d.f. respectively, then prove that

$$\frac{X_1}{X_2} \sim \beta_2 \left( \frac{n_1}{2}, \frac{n_2}{2} \right)$$

variate. Discuss the  $\chi^2$  test of goodness of fit.

6. (a) ষ্টুডেণ্ট  $t$ -প্রতিদৰ্শৰ সংজ্ঞা দিয়া।  $t$ -বৰ্টনৰ মাধ্য আৰু প্রসৰণ নিৰ্ণয় কৰা। দুটা প্রতিদৰ্শৰ মাধ্যৰ অন্তৰৰ সাৰ্থকতাৰ বাবে  $t$ -পৰীক্ষাৰ বিষয়ে ব্যাখ্যা কৰা। 1+4+4=9

Define Student  $t$ -statistic. Obtain mean and variance of  $t$ -distribution. Explain the  $t$ -test for testing the significance of the difference between two sample means.

অথবা / Or

- (b)  $F$ -প্রতিদর্শকৰ সংজ্ঞা দিয়া।  $(n_1, n_2)$  d.f.ৰ সৈতে  $F$ -বন্টনৰ বহুলক নিৰ্ণয় কৰা।  $t$ - আৰু  $F$ -বন্টনৰ মাজৰ সম্পর্ক স্থাপন কৰা।

2+3+4=9

Define  $F$ -statistic. Obtain the mode of  $F$ -distribution with  $(n_1, n_2)$  d.f. Establish the relationship between  $t$ - and  $F$ -distribution.

\*\*\*