Total No. of Printed Pages—8

1 SEM FYUGP MTHC1

2025

(November)

MATHEMATICS

(Core)

Paper : MTHC1

(Calculus and Classical Algebra)

Full Marks : 60 (80 for 2023 Batch)

Time : 2 hours (3 hours for 2023 Batch)

The figures in the margin indicate full marks for the questions

UNIT—I

(*Marks* : 11)

1. *(a)* ডি ম'ইভাৰৰ সূত্ৰটো উল্লেখ কৰা। 2

State De Moivre's theorem.

(b) যদি (If)

$$\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma = 0 = \sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma$$

তেন্তে দেখুওৱা যে (then show that)

$$\sin^2\alpha + \sin^2\beta + \sin^2\gamma = \cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = \frac{3}{2}$$ 5

অথবা / *Or*

যদি (If) $\text{cis}\theta = \cos\theta + i\sin\theta$ and $x = \text{cis}\alpha$, $y = \text{cis}\beta$, $z = \text{cis}\gamma$ আৰু (and) $xyz = x + y + z$, তেন্তে দেখুওৱা যে (then show that)

$$1 + \cos(\beta - \gamma) + \cos(\gamma - \alpha) + \cos(\alpha - \beta) = 0$$

(c) যদি (If)

$$x = \frac{2}{1!} - \frac{4}{3!} + \frac{6}{5!} - \frac{8}{7!} + \cdots \text{ to } \infty$$

আৰু (and)

$$y = 1 + \frac{2}{1!} - \frac{2^3}{3!} + \frac{2^5}{5!} - \cdots \text{ to } \infty$$

তেন্তে দেখুওৱা যে (then show that) $x^2 = y$. 4

অথবা / *Or*

দেখুওৱা যে (Show that)

$$\cos 6\theta = 32\cos^6\theta - 48\cos^4\theta + 18\cos^2\theta - 1$$

UNIT—II

(*Marks* : 11)

2. (a) লিব্‌নিজৰ সূত্ৰটো উল্লেখ কৰা। 1

State Leibnitz's theorem.

(b) যদি (If) $y = \sin(m\sin^{-1}x)$, তেন্তে দেখুওৱা যে (then show that)

$$(1 - x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} + (m^2 - n^2)y_n = 0$$ 5

(c) ল'পিটেলৰ নিয়ম প্ৰয়োগ কৰি তলৰ মান নিৰ্ণয় কৰা : 5

Use L'Hospital's rule to evaluate the following :

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x + \log_e(1-x) - 1}{\tan x - x}$$

অথবা / *Or*

তলৰ ফলনটো xৰ কোন মানৰ বাবে সৰ্বোচ্চ আৰু সৰ্বনিম্ন হ'ব নিৰ্ণয় কৰা :

$$f(x) = 5x^6 - 18x^5 + 15x^4 - 10$$

Investigate for what values of x, the following function

$$f(x) = 5x^6 - 18x^5 + 15x^4 - 10$$

is a maximum or minimum.

UNIT—III

(*Marks* : 11)

3. (a) যদি (If)

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x\, dx;\; n \in \mathbb{N}$$

তেন্তে দেখুওৱা যে (then show that)

$$I_n = \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n-3}{n-2} \cdot \frac{n-5}{n-4} \cdots \frac{2}{3}$$

যেতিয়া (when) n হ'ল অযুগ্ম (n is odd) আৰু (and)

$$I_n = \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n-3}{n-2} \cdot \frac{n-5}{n-4} \cdots \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2}$$

যেতিয়া (when) n হ'ল যুগ্ম (n is even). 5

অথবা / *Or*

তলৰ বাবে হ্ৰাসৰ সূত্ৰটো উলিওৱা :

Obtain reduction formula for the following :

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^n x\, dx$$

(b) (i) ৰেক্টিফিকেশনৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1

Define rectification.

(ii) $r = a(1 + \cos\theta)$ বক্ৰডালৰ সম্পূৰ্ণ দীঘ উলিওৱা আৰু দেখুওৱা যে ওপৰৰ অৰ্ধচাপটো $\theta = \frac{\pi}{3}$ ত দ্বিখণ্ডিত হৈছে। 5

Find the perimeter of the curve $r = a(1 + \cos\theta)$ and show that the upper half is bisected at $\theta = \frac{\pi}{3}$.

অথবা / *Or*

যদি মূলবিন্দুৰ পৰা (x, y) বিন্দুলৈ $3ay^2 = x(x-a)^2$ বক্ৰডালৰ দীঘ s হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে $3s^2 = 4x^2 + 3y^2$.

If s be the length of an arc of $3ay^2 = x(x-a)^2$ measured from the origin to the point (x, y), then show that $3s^2 = 4x^2 + 3y^2$.

UNIT—IV

(*Marks* : 11)

4. (a) খালী ঠাই পূৰণ কৰা : 1

এটা ফলন প্ৰতিলোমীয় হ'ব যদি আৰু যদিহে _____।

Fill in the blank :

A mapping is invertible if and only if it is _____.

(b) ইউক্লিডʼৰ এলগৰিথিম উদ্ধৃতি দি প্ৰমাণ কৰা। 5

State and prove Euclid's algorithm.

অথবা / Or

যদি (If) $a = bq + r$, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে (then prove that) g.c.d. $(a, b) =$ g.c.d. (b, r).

(c) দেখুওৱা যে দুটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা a আৰু bৰ বাবে

For positive integers a and b, show that

$$\text{g.c.d.}\,(a, b) \times \text{l.c.m.}\,(a, b) = ab$$ 5

UNIT—V

(*Marks* : 16)

5\. (a) এটা ৰৈখিক সমীকৰণ প্ৰণালীৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1

Define a system of linear equations.

(b) এটা মৌলকক্ষৰ এশ্বিলন আকাৰৰ সংজ্ঞা দিয়া। 2

Define echelon form of a matrix.

(c) তলৰ মৌলকক্ষটো reduced row echelon form (RREF) আকাৰলৈ নিয়া : 5

Reduce the following matrix into reduced row echelon form (RREF) :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & -3 & -4 & 8 \\ 4 & 7 & -4 & -3 & 9 \\ 6 & 9 & -5 & 2 & 4 \\ 0 & -9 & 6 & 5 & -6 \end{bmatrix}$$

(d) hৰ মান নিৰ্ণয় কৰা যʼত তলৰ ভেক্টৰকেইটা ৰৈখিকভাৱে নিৰ্ভৰশীল : 4

Find the value of h for which the following vectors are linearly dependent :

$$(1, -1, 4);\ (3, -5, 7);\ (-1, 5, h)$$

(e) দেখুওৱা যে তলৰ ভেক্টৰকেইটা ৰৈখিকভাৱে স্বতন্ত্ৰ : 4

Show that the following vectors are linearly independent :

$$(1, 1, 0, 0);\ (0, 1, -1, 0);\ (0, 0, 0, 3)$$

(Additional 20 marks for 2023 Batch)

6\. (a) যদি n এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে

If n be a positive integer, then prove that

$$(1+i)^n + (1-i)^n = 2^{\frac{n}{2}+1} \cos\frac{n\pi}{4}$$ 4

(b) যদি (If) $y = (\sin^{-1} x)^2$, তেন্তে দেখুওৱা যে (then show that)

$$(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - n^2 y_n = 0$$ 4

(c) $r = 2a\cos\theta$ বক্ৰডালৰ প্ৰাথমিক অক্ষ সাপেক্ষে হোৱা আৱৰ্তনৰ ফলত উৎপন্ন হোৱা গোটা বস্তুটোৰ পৃষ্ঠভাগৰ কালি উলিওৱা। 4

Find the surface area of the solid generated by revolving the curve $r = 2a\cos\theta$ about the initial line.

(d) যদি (If) g.c.d. $(a, b) = 1$ আৰু (and) g.c.d. $(a, c) = 1$, তেন্তে দেখুওৱা যে (then show that)

$$\text{g.c.d.}\,(a, bc) = 1$$ 4

(e) তলৰ মৌলকক্ষটো এশ্বিলন আকাৰলৈ নিয়া : 4

Reduce the following matrix into echelon form :

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 3 \\ 3 & 9 & 12 & 3 \\ 1 & 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

★ ★ ★